

Rapport TIPE ENS

# Modélisation du phénomène d’îlot de chaleur urbain

Alexis FARGEAT

Session 2022 - 2023

## Contents

<b>I</b>	<b>Introduction</b>	<b>1</b>
<b>II</b>	<b>Mise en place du modèle numérique</b>	<b>2</b>
II.1	Présentation du problème . . . . .	2
II.2	Discretisation . . . . .	3
II.3	Validation du modèle . . . . .	3
II.3.1	Présentation de l’expérience . . . . .	4
II.3.2	Acquisition des données nécessaires . . . . .	5
II.3.3	Adaptations dans ce cas particulier . . . . .	6
II.3.4	Comparaison entre le modèle et les acquisitions . . . . .	6
<b>III</b>	<b>Mise en évidence du phénomène d’îlot de chaleur</b>	<b>6</b>
III.1	Paramètres choisis dans le modèle . . . . .	6
III.2	Résultats en terme de quantités de chaleur . . . . .	7
III.3	Impact de la chaleur rejetée dans une rue . . . . .	8
<b>IV</b>	<b>Comparaison des isolants</b>	<b>9</b>

## I Introduction

Les îlots de chaleur urbain sont des augmentations de températures locales pendant une durée prolongée, notamment la nuit, lors d’épisodes de fortes chaleurs. Ce phénomène a été mis en évidence dans les années 1810 par Luke Howard (connu notamment pour sa classification des nuages) qui observe une différence de température de l’ordre de 2°C entre le centre-ville de Londres et la campagne alentour dans son étude *The Climate of London*.

Cependant, avec le réchauffement climatique et les nombreux épisodes de canicule, ce phénomène tend à s’amplifier. Dans le cas de Paris, l’écart de température a atteint les 10°C pendant la canicule de 2003 [1]. Ces températures élevées pendant des durées prolongées sont un problème de santé publique, car elles engendrent de nombreux problèmes de santé, qu’ils soient respiratoires, cardiaques, mais augmentent également la consommation d’énergie, notamment pour le refroidissement des habitations (climatisation) qui augmentent elles-mêmes la température [2].

Ce phénomène peut s’expliquer qualitativement : pendant la journée, les bâtiments exposés au soleil accumulent de la chaleur, qu’ils rejettent dans les rues la nuit ou lorsque la puissance solaire

reçue est moindre. Ainsi, la température reste toujours élevée, en particulier dans les zones urbaines très denses (il y a plus de chaleur accumulée).

Pour mettre en évidence ce phénomène quantitativement, on se propose d'utiliser un modèle numérique qui fonctionnera en régime dynamique, que l'on validera expérimentalement, afin d'obtenir d'une part des répartitions de températures dans un mur exposé au soleil et d'autre part des quantités de chaleur stockées puis ré-émises par le mur. En réalisant un bilan thermique sur une rue, on pourra tirer des conclusions sur l'augmentation de la température dans la rue.

On cherchera ensuite à comparer différentes associations de matériaux en adaptant notre modèle notamment en s'intéressant à la quantité de chaleur émise dans la rue et celle entrée dans le bâtiment.

## II Mise en place du modèle numérique

### II.1 Présentation du problème

Le but du modèle est de tracer le profil de température dans le mur, afin d'étudier les températures extrêmes dans le matériaux, mais également plus tard les quantités de chaleur qui rentrent ou sortent du mur.

On considère un mur de longueur  $\ell$  (modèle unidimensionnel, qui est suffisant pour traiter le cas du mur extérieur d'un immeuble). On rappelle *l'équation de la chaleur* en repère cartésien, sur un axe  $Ox$  :

$$D \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - \frac{\partial T}{\partial t} = 0 \quad (\text{II.1})$$

avec  $D = \frac{\lambda}{\rho c}$  facteur de diffusion thermique, où  $\lambda$  est la conductivité thermique du matériau,  $\rho$  sa masse volumique,  $c$  sa capacité thermique massique.

On s'intéresse particulièrement aux conditions aux limites, en  $x = 0$  (côté exposé au soleil), qu'on obtient grâce à la continuité du flux, composé (1) du :

- Rayonnement extérieur (soleil et éléments à température extérieure).
- Rayonnement émis du mur.
- Flux conductif provenant de l'intérieur de l'objet.
- Flux conducto-convectif (contact avec de l'air).

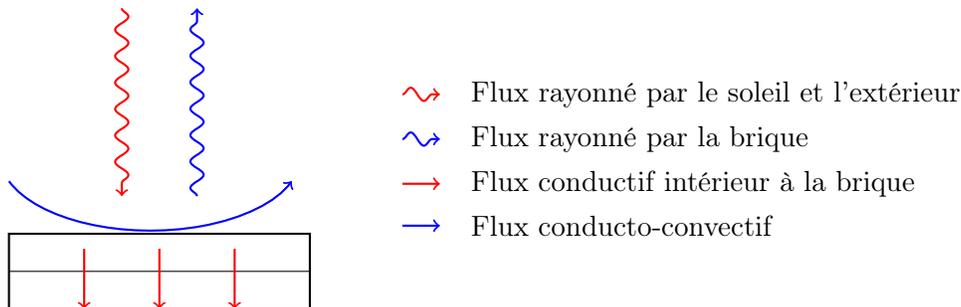


Figure 1: Illustration des différents flux présents en  $x = 0$

En mettant en équation une telle continuité :

$$\varepsilon_{vis} \varphi_{sol} + \underbrace{\varepsilon_{ir} \sigma T_{ext}^4}_{\text{loi de Stefan-Boltzmann}} + \underbrace{h(T_{ext} - T(0))}_{\text{loi de Newton}} = \sigma T(0)^4 - \underbrace{\lambda \frac{\partial T}{\partial x}(0)}_{\text{loi de Fourier}} \quad (\text{II.2})$$

avec  $\varphi_{sol}$  la puissance surfacique solaire reçue en  $\text{W m}^{-2}$ ,  $\sigma$  constante de Stefan-Boltzmann ( $\sigma \approx 5.67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2/\text{K}^4$ ),  $T_{ext}$  la température extérieure (dans la rue, en K),  $h$  coefficient de convection thermique en  $\text{W m}^{-2} \text{K}^{-1}$ ,  $\varepsilon_{vis}$  (resp.  $\varepsilon_{ir}$ ) l'émissivité du matériau (qui n'est pas forcément un corps noir) dans le visible (resp. l'infrarouge).

On s'intéresse principalement aux échanges avec l'extérieur et peu à ceux de l'intérieur, on fait donc comme hypothèse que le côté intérieur du mur reste à température constante (ce qui est quasiment le cas si on climatise par exemple).

## II.2 Discrétisation

Pour modéliser la température dans notre mur, on va discrétiser le problème en utilisant la *méthode des différences finies* avec un maillage de pas spatial  $\delta$  et temporel  $\tau$  constants.

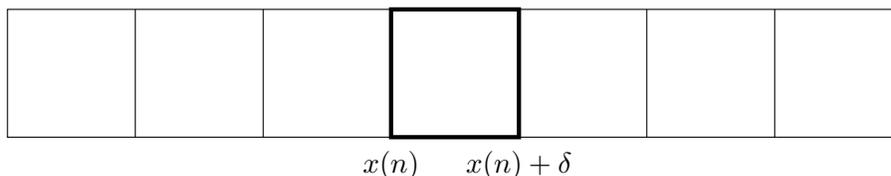


Figure 2: Schéma du problème

On discrétise l'équation de la chaleur à l'aide des formules de Taylor, et obtient l'équation suivante, en notant  $T_i^n$  la température au point numéro  $i$  et à l'étape temporelle  $n$  :

$$T_i^{n+1} = T_i^n + \frac{D\tau}{\delta^2} (T_{i+1}^n + T_{i-1}^n - 2T_i^n) \quad (\text{II.3})$$

Pour le choix de  $\delta$  et de  $\tau$ , on fixe l'un des deux puis on utilise la condition suivante (admise) :

**Proposition** (Condition de Courant-Friedrichs-Lewy). *La méthode des différences finies est conditionnellement stable, si :*

$$\tau \leq \frac{\delta^2}{2D} \quad (\text{II.4})$$

On s'intéresse également à l'équation de continuité du flux en  $i = 0$ , en discrétisant la dérivée spatiale, ce qui nous amène à résoudre l'équation II.2 à chaque instant (à l'aide d'une méthode de Newton par exemple):

$$\varepsilon_{vis}\varphi_{sol} + \sigma(\varepsilon_{ir}T_{ext}^4 - T_0^4) + h(T_{ext} - T(0)) + \lambda \frac{T_1 - T_0}{\delta} = 0 \quad (\text{II.5})$$

On implémente cette méthode à l'aide de `Python` en utilisant notamment les commandes spécifiques à `numpy` et `scipy` (par exemple le calcul par tranches, ou la recherche des zéros d'une équation) ce qui permet d'accélérer le temps de calcul.

## II.3 Validation du modèle

On a ainsi établi un modèle permettant d'obtenir la répartition de température à l'intérieur d'un matériau. Néanmoins pour vérifier que ce modèle reflète la réalité, on va l'utiliser pour reproduire une expérience simple que l'on exécute en parallèle.

### II.3.1 Présentation de l'expérience

On considère deux briques collées de profondeur 13 cm (considérées comme un système homogène) qu'on éclaire avec une lampe à forte puissance pendant 30 min et qu'on laisse refroidir ensuite pendant 30 min. On prend une image du profil de température dans la brique toutes les 5 min en écartant les deux briques. On néglige toute dissipation de chaleur par les côtés latéraux des briques.



(a) Montage



(b) Prise des images thermiques

Figure 3: Présentation du montage

On obtient les images thermiques (Figure 4 et Figure 5), qui sont à des échelles de température différentes. On remarque déjà certaines tendances :

- Pendant la phase de chauffage, c'est surtout le haut de la brique qui est à température élevée, même si cette température semble progresser de plus en plus dans la brique.
- Pendant la phase de refroidissement, on constate de même que la température devient homogène, mais à une température plus froide (comme l'atteste les éléments dans le fond qui semblent être devenus plus chauds).

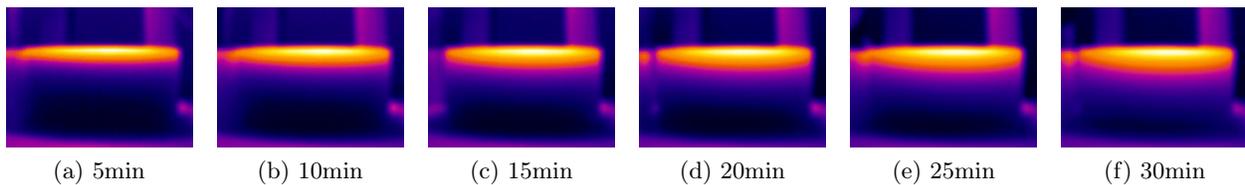


Figure 4: Images pendant le chauffage de la brique

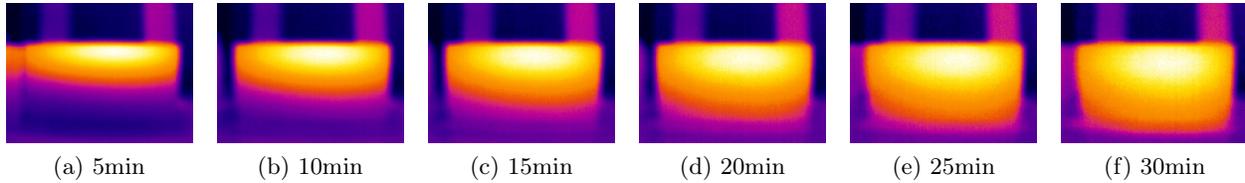


Figure 5: Images pendant le refroidissement de la brique

### II.3.2 Acquisition des données nécessaires

On s'intéresse maintenant aux différentes données qui vont être utile pour mettre en place notre modèle dans ce cas spécifique : on obtient la masse volumique de la brique avec une balance et une mesure de volume, on prend une valeur tabulée de la conductivité thermique de la brique et on mène l'expérience classique consistant à mesurer la capacité thermique de matériaux.



Figure 6: Expérience pour trouver la capacité massique de la terre cuite

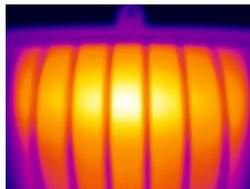


Figure 7: Image thermique de la lampe

Afin de trouver la température de la lampe, on en prend tout d'abord une image thermique qui nous permet d'estimer la température, on mesure avec le logiciel  $T_{lampe} \approx 235^\circ\text{C}$ . C'est la valeur que l'on choisit d'ajuster dans notre modèle.

Pour déterminer l'émissivité de la brique, on utilise la formule :  $\varepsilon_{vis} = (1 - a)$  où  $a$  désigne l'albedo. Après une manipulation utilisant une lampe à forte puissance et un luxmètre, on trouve  $a \approx 0.45$  pour le rouge.

On récupère les données de la caméra thermique à l'aide du logiciel associé, en traçant un segment sur l'image ce qui permet d'obtenir la répartition de température le long de ce segment. On exporte ensuite ces données pour les comparer avec notre modèle.

De plus, on corrige le calibrage automatique de la caméra, car si on compare directement les différentes données exportées, on remarque que la température au plus profond de la brique varie : ainsi, on appliquera une correction dépendante du facteur multiplicatif :

$$\alpha_n = \frac{T_l^n}{M_l^n} \quad (\text{II.6})$$

où  $T_l^n$  désigne la température simulée en  $x = l$  à l'étape  $n$ , et de même pour la température mesurée avec  $M_l^n$ .

### II.3.3 Adaptations dans ce cas particulier

Dans le cadre de cette expérience, on modélise la lampe à l'aide d'un flux de type Stefan-Boltzmann, sans facteur de surface car on suppose que la surface de la lampe et des briques sont égales. On choisit également un facteur de conducto-convection  $h = 5.5 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$  (valeur arbitraire). On enlève également la puissance thermique extérieure (car la lampe est très près des briques).

Pour le côté de l'intérieur, on ne fixe plus la température, puisque la planche soutenant la brique évolue simultanément. Ainsi, on fixe  $T_\ell^n = T_{\ell-\delta}^n$  pour tout instant  $n$ .

### II.3.4 Comparaison entre le modèle et les acquisitions

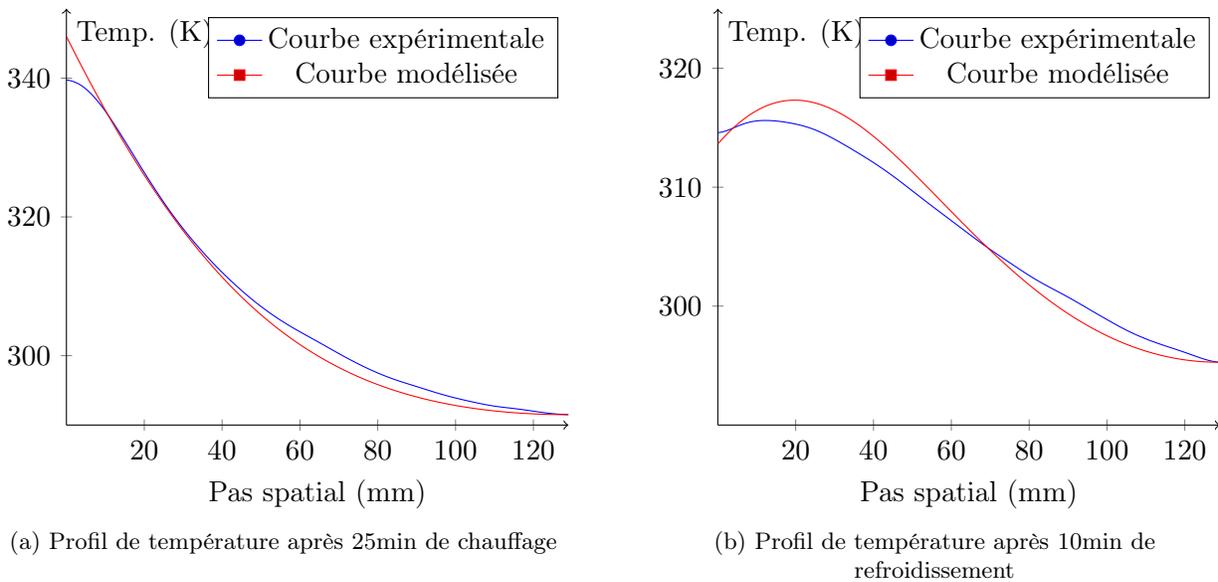


Figure 8: Comparaison de quelques courbes de températures simulées et expérimentales dans la brique, pour  $T_{lampe} = 246^\circ\text{C}$

Pour comparer la différence entre les courbes, on utilise la moyenne de tous les écarts entre les courbes expérimentales et modélisées en valeur absolue : on la note  $\Delta$ . On se sert de ce nombre qui mesure l'écart moyen total entre toutes les courbes pour ajuster la température de la lampe. L'écart minimum est atteint lorsque  $T_{lampe} = 246^\circ\text{C}$ , et cet écart vaut :

$$\Delta = 1.0 \text{ K}$$

Cet écart étant très faible devant les ordres de grandeurs des températures ( $1 \text{ K} \ll 40 \text{ K}$ ), on conclut que le modèle est validé.

## III Mise en évidence du phénomène d'îlot de chaleur

### III.1 Paramètres choisis dans le modèle

Maintenant que notre modèle est vérifié, on peut s'intéresser à des cas plus réaliste : ici on en fera principalement usage dans le cas d'un mur composé de 20 cm de brique dans une rue, on fixe :

- La température de l'air le jour à  $T_{ext}(t) = T_{nuit} + (T_{jour} - T_{nuit}) \sin(\omega t)$  avec  $\omega = \frac{2\pi}{24h}$ ,  $T_{nuit} = 20^\circ\text{C}$  et  $T_{jour} = 26^\circ\text{C}$ .
- La température pendant la nuit est constante à  $T_{nuit}$ .
- Le flux solaire incident change pendant la journée :  $\phi(t) = \phi_0 \sin(\omega t)$  avec  $\phi_0 = 300 \text{ W m}^{-2}$  (le mur est vertical).
- On prend un albedo de 0.5 (pour le visible), et on considère que le bâtiment est un corps noir dans l'infrarouge ( $\varepsilon_{ir} = 1$ ).
- La température intérieure est la même que celle de la nuit  $T_{int} = T_{nuit}$ .

### III.2 Résultats en terme de quantités de chaleur

On va maintenant s'intéresser aux quantités de chaleur entrant (coté extérieur) et sortant de la brique (côté intérieur). Pour cela, on utilise la loi de Fourier aux bords du domaine, puis on intègre le flux surfacique obtenu ; on obtient les courbes suivantes :

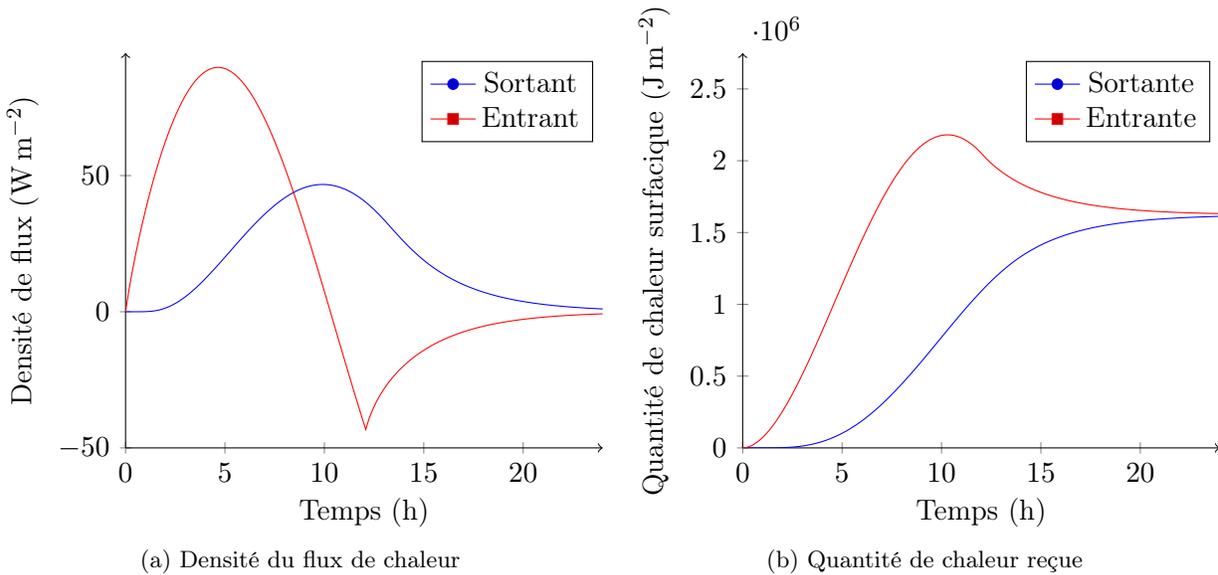


Figure 9: Courbes de de densité du flux et de quantité de chaleur dans la brique pendant une journée

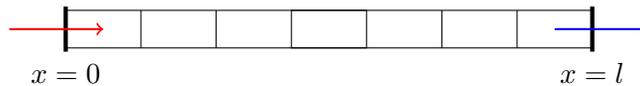


Figure 10: Correspondance entre les courbes et la situation réelle

On constate qu'il y a une quantité de chaleur du méga-joule qui rentre dans le mur mais qui ressort à l'intérieur du bâtiment (ce qui correspond avec le fait que la brique n'isole presque pas). Cependant on remarque que pendant la nuit ( $t > 12h$ ), la densité de flux thermique est négative du côté de l'extérieur : le mur rejette de la chaleur, celle qui est restée dans la brique et qui n'est pas rentrée dans l'habitation. On remarque qu'à la fin de la nuit, on est quasiment revenu dans l'état initial (il y a autant de quantité de chaleur dans la brique au départ et à la fin). On va donc s'intéresser à quantifier plus précisément l'effet de cette chaleur rejetée sur la température de la rue.

### III.3 Impact de la chaleur rejetée dans une rue

On considère la situation suivante : celle d'une rue d'une largeur de  $L = 10\text{ m}$  entourée de deux immeubles de surface  $S$ , dont seulement un est exposé au soleil et dont l'air est stagnant (pour simplifier). On considère  $\Sigma$  le volume d'air  $S \times L$ .

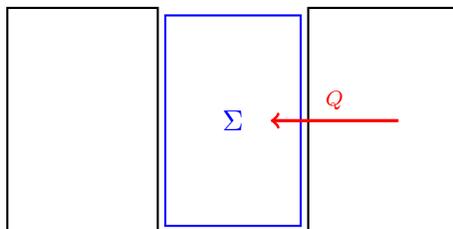


Figure 11: Schéma de la situation

Puisque la rue contient un volume d'air faible relativement à l'atmosphère, on néglige l'absorbance de l'air. Ainsi, le seul transfert thermique ayant lieu avec l'air se fait par transfert conducto-convectif. On utilise le modèle pour le calculer ( $q$  est la quantité sortante du mur) :

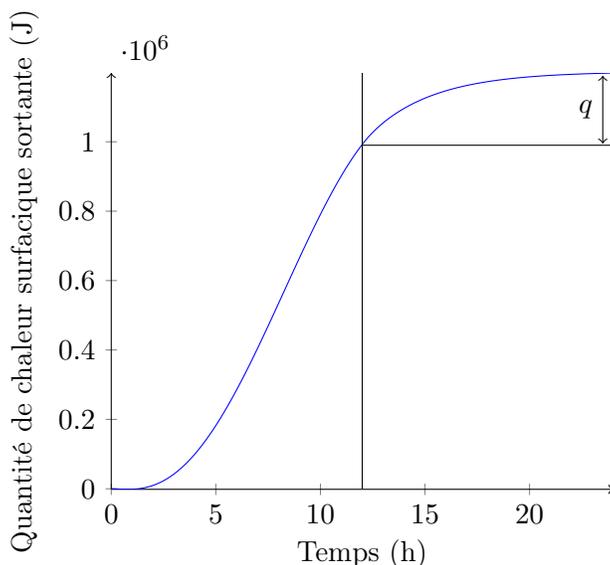


Figure 12: Quantité de chaleur surfacique provenant du flux conducto-convectif

Par mesure graphique, on obtient  $q = 200\text{ kJ m}^{-2}$ . On applique le premier principe isobare au gaz pendant toute la durée de la nuit :

$$\Delta H = nC_{pm}\Delta T = Q = qS \quad (\text{III.1})$$

Or

$$C_{pm} = \frac{\gamma R}{\gamma - 1} \quad \text{et} \quad n = \frac{P_0 V_0}{RT_0}$$

Si la rue est initialement à  $20^\circ\text{C}$ , à la fin de la nuit,  $T = 38^\circ\text{C}$ . Ainsi, on a bien mis en évidence le phénomène d'îlot de chaleur : cependant la température semble plus élevée que dans la réalité (différence d'au plus  $10^\circ\text{C}$ ). Cette différence s'explique par nos hypothèses volontairement simplistes : l'air est rarement stagnant dans une ville (il y a des courants d'air), et on ne s'intéresse qu'à l'air contenu dans la rue (alors que l'augmentation de chaleur monte parfois à plus de 50 m au-dessus des habitations).

## IV Comparaison des isolants

On modifie notre modèle afin qu'il soit possible de simuler une discontinuité de matériau. Pour cela, on fixe une interface, puis on utilise une méthode analogue à celle utilisée en électromagnétisme appelée FDTD (finite-difference time-domain) : en effet, on calcule le vecteur de densité du flux thermique  $\vec{j}_{th}$  et la température à chaque demi-intervalle, puisque d'après la loi de Fourier, le vecteur de densité du flux thermique est un gradient défini entre deux températures. Un des désavantage de cette modélisation est qu'on ne connaît pas exactement les paramètres à l'interface : on fait le choix arbitraire présenté dans la figure 13.

$$\begin{array}{c} \lambda(x - \frac{dx}{2}) \quad \lambda(x + \frac{dx}{2}) \\ \vec{j}_{th}(x - \frac{dx}{2}) \quad \vec{j}_{th}(x + \frac{dx}{2}) \end{array}$$

$T(x - dx)$	$T(x)$	$T(x + dx)$
$\rho c(x - dx)$	$\rho c(x)$	$\rho c(x + dx)$

Figure 13: Illustration du nouveau modèle

On considère maintenant un mur formé de 12cm de brique et de 8cm de laine de verre, on calcule les différentes quantités de chaleur (comme précédemment, figure 14) :

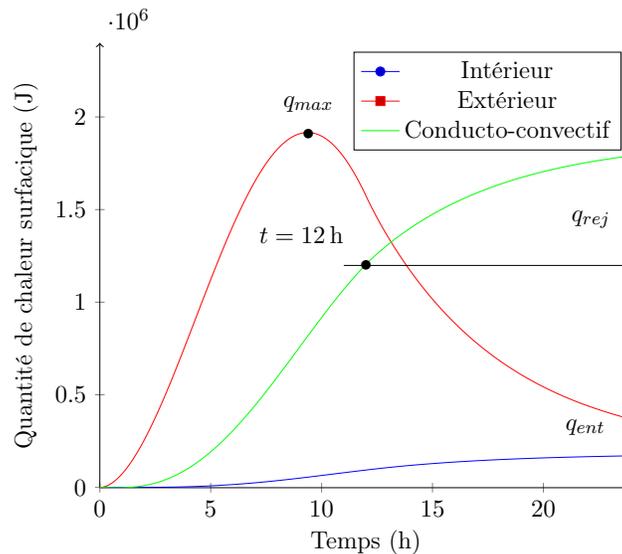


Figure 14: Quantité de chaleur surfacique sortante sur une journée

On remarque que par rapport au cas où il n'y a que de la brique, la quantité de chaleur entrant dans la maison (courbe Intérieur sur la figure 14) est bien inférieure à celle du cas où il n'y a qu'une brique, ce qui est en accord avec le caractère isolant de la laine de verre. Cependant, il y a une quantité de chaleur stockée dans le mur quasiment aussi importante que dans le cas de la brique, et la quantité de chaleur rejetée pendant la nuit est plus importante, car une partie n'a pas pu rentrer dans l'habitation.

On s'intéresse ensuite à l'isolation extérieure, avec du polystyrène (qui est souvent utilisé de nos jours pour isoler les anciens immeubles), puis enfin à la double isolation (polystyrène puis brique puis laine de verre).

Matériau 1	Matériau 2	Matériau 3	$q_{max}$ (MJ m <sup>-2</sup> )	$q_{rej}$ (MJ m <sup>-2</sup> )	$q_{ent}$ (MJ m <sup>-2</sup> )
Brique (20 cm)	-	-	2.2	0.2	1.6
Brique (12 cm)	Laine de verre (8 cm)	-	1.9	0.6	0.2
Polystyrène (10 cm)	Brique (10 cm)	-	0.18	≈ 0	0.18
Polystyrène (10 cm)	Brique (10 cm)	Laine de verre (5 cm)	0.18	≈ 0	0.04

Figure 15: Quantités de chaleur surfaciques en fonction des matériaux utilisés

Pour l'isolation extérieure, on constate que la quantité de chaleur stockée dans le mur est très basse (diminuée d'un facteur 10), et il y a une quantité de chaleur rejetée pendant la nuit négligeable. Cependant toute la chaleur entrée dans le polystyrène rentre ensuite dans l'habitation. C'est la seule différence avec la double isolation, qui permet à la fois de limiter la quantité de chaleur émise la nuit par le mur et de diminuer la quantité de chaleur entrant dans l'habitation.

Ainsi, la double isolation permet sans réelle surprise le résultat le plus convaincant, que ce soit pour réduire l'effet d'îlot de chaleur ou limiter l'entrée de la chaleur dans l'habitation. Cependant, on remarque que bien que l'isolation extérieure et intérieure permettent d'obtenir des résultats similaires pour le confort intérieur, l'isolation extérieure limite fortement le phénomène d'îlot de chaleur. Ainsi l'idée d'isoler les anciens bâtiments par l'extérieur est la manière la plus adaptée d'isoler ces bâtiments car ils augmentent à la fois le confort des usagers tout en limitant le phénomène d'îlot de chaleur urbain.

## Bibliographie

- [1] Agence Parisienne du Climat **and** Météo France. "L'îlot de chaleur urbain" (2018), **page** 3. URL: [https://www.apc-paris.com/system/files/file\\_fields/2018/11/07/icu-brochureapc-mf.pdf](https://www.apc-paris.com/system/files/file_fields/2018/11/07/icu-brochureapc-mf.pdf).
- [2] Centre National de Recherches Météorologiques. "Projet CLIM<sup>2</sup>, Climat urbain et climatisation" (2010), **pages** 46–51. URL: [https://www.umr-cnrm.fr/ville.climat/IMG/pdf/rapport\\_scientifique\\_clim2.pdf](https://www.umr-cnrm.fr/ville.climat/IMG/pdf/rapport_scientifique_clim2.pdf).
- [3] Alejandro L Garcia. *Numerical Methods for Physics, 2nd edition*. 2017. ISBN: 978-1548865498.